CÁLCULOS PARA FRAGMENTAR CÁLCULOS

INTRODUÇÃO

O título deste artigo é bastante sugestivo na medida em que se analisa a tecnologia envolvida na geração de ondas de choque para fragmentação de cálculos renais por **LITOTRIPSIA EXTRACORPÓREA.**

A relação entre a **UROLOGIA** e a **MATEMÁTICA** começa na própria origem da palavra *"Cálculo"* e se estende até os métodos de fragmentação de cálculos por **LITOTRIPSIA EXTRACORPÓREA.**

A palavra *"Cálculo"* tem sua origem no latim *"Calculus"*, que significa *"Pedras"* e por isso o termo *"Cálculo Renal"* usado na **UROLOGIA**. Por outro lado, quando o homem não dominava nenhum sistema de contagem, os pastores utilizavam pequenas pedras para controlar a quantidade de ovelhas de seus rebanhos. Pela manhã, para cada ovelha que saía do cercado guardava-se uma pedra num saquinho. No fim do dia, cada pedrinha guardada no saquinho pela manhã era retirada assim que cada ovelha retornava ao aprisco. Dessa forma eles podiam saber se todas as ovelhas tinham retornado. Essa prática desenvolvida pelos pastores, para fazer contas utilizando pedras deu origem à palavra *"Calcular"*, tão utilizada na nossa velha conhecida **MATEMÁTICA**.

O que pouca gente parou para pensar é que, com o advento da LITOTRIPSIA EXTRACORPÓREA, a Matemática foi introduzida definitivamente no mundo da Urologia. As propriedades geométricas dos elipsóides usados nos equipamentos litotritores são as peças-chave na fragmentação de cálculos. Sem elas, as ondas de choque produzidas por estes equipamentos jamais convergiriam. Esta convergência das ondas de choque pode ser provada matematicamente. Esta prova, elaborada pelo matemático Harley Flanders difere de outras provas existentes pela sua simplicidade e clareza.

Aqui iremos demonstrar a prova matemática de Flanders da maneira mais simples e compreensível possível. Depois mostraremos o que acontece às ondas de choque quando os parâmetros do elipsóide não são respeitados.

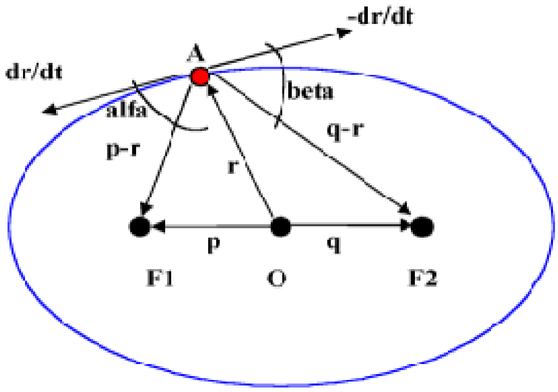
DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA

Toda demonstração matemática parece ser pesada e exige um pouco de tempo para compreensão. A prova de Flanders, apesar de simples para profissionais da área de exatas pode parecer confusa para outros profissionais. Ela usa cálculo vetorial e a seguinte propriedade dos vetores:

Se $\mathbf{w}=\mathbf{w}(t)$ é um vetor em função do tempo, então a derivada $d/dt\|\mathbf{w}\| = d\mathbf{w}/dt\ \mathbf{w}/\|\mathbf{w}\|$

(propriedade 1)

Consideraremos a seguinte figura para basear a nossa demonstração.



Para efeitos de simplificação, iremos considerar que *"raios"* partem de **F1** em vez de *"ondas"*. Isto é o mesmo que considerar que cada parte da frente da onda de choque estivesse se movendo na direção do refletor elipsoidal.

Considerando um ****sistema polar de coordenadas*** com origem no centro da elipse, provaremos que qualquer raio que parta de **F1** (com vetor posição **p**) e atinja um ponto **A** do elipsóide num momento **t** irá ser refletido para o foco **F2** (com vetor posição **q**). O vetor **r=r(t)** é o vetor posição do ponto **A** no momento **t**. A velocidade de um ponto é dada pela derivada de sua posição em relação ao tempo. Então, o vetor velocidade **dr/dt** e seu oposto **–dr/dt,** pela própria definição de derivada, são paralelos à tangente de **A** e, pela Lei da reflexão (ângulo de incidência = ângulo de reflexão), provaremos que o ângulo **alfa** é igual ao ângulo **beta**. Da trigonometria, desde que **alfa** e **beta** sejam menores que 180 º , **cos alfa = cos beta**. Para provar que alfa é igual a beta, basta provar que **cos alfa = cos beta**.

Após todas estas considerações, a prova fica:

Pela definição padrão de uma elipse:

$$\| \mathbf{p-r} \| + \| \mathbf{q-r} \| = \text{(constante)} \qquad \textit{(equação 1)}$$

Verificando-se que os vetores p e q também são constantes (suas derivadas em relação ao tempo são iguais a zero), poderemos usar a propriedade vetorial (propriedade 1) mostrada anteriormente, aplicando a derivada em r em relação ao tempo nos dois lados da equação 1.

$$-d\mathbf{r}/dt \, . \, \mathbf{(p-r)} \, / \, \| \mathbf{p-r} \| - d\mathbf{r}/dt \, . \, \mathbf{(q-r)} \, / \, \| \mathbf{q-r} \| = 0$$

isto é o mesmo que:

$$d\mathbf{r}/dt \, . \, \mathbf{(p-r)} \, / \, \| \mathbf{p-r} \| = - \, d\mathbf{r}/dt \, . \, (\mathbf{q-r}) \, / \, \| \mathbf{q-r} \| \qquad \textit{(equação 2)}$$

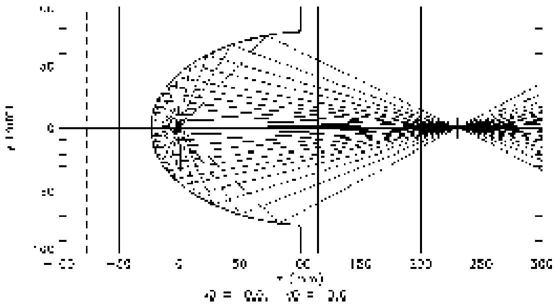
como **(p-r)** / || **p-r** || e **(q-r)** / || **q-r** || são vetores unitários, a equação 2 fica:

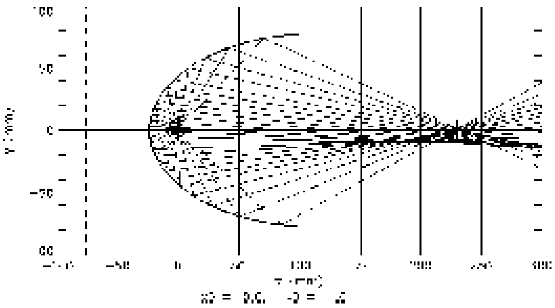
|| d**r**/dt || cos **alfa** = || d**r**/dt || cos **beta**

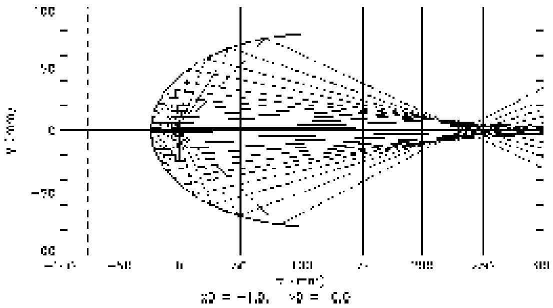
e, como queremos provar,

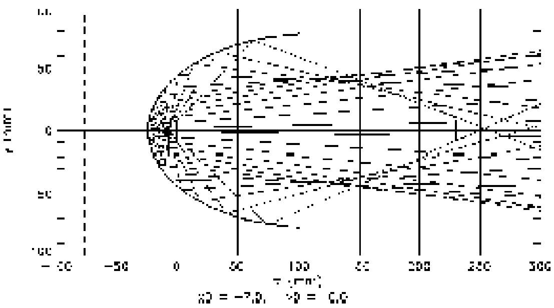
cos **alfa** = cos **beta**

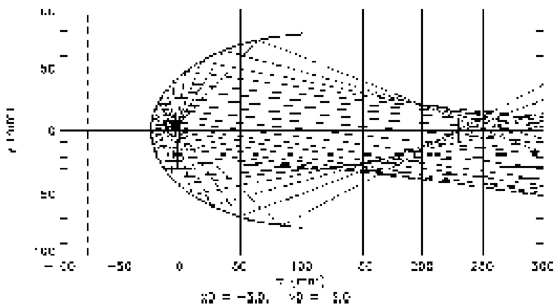
Esta prova estabelece a precisão do processo de focalização de ondas de choque em refletores elipsodais. Ela mostra que qualquer problema de projeto ou fabricação do elipsóide ou, ainda, qualquer desvio da origem da onda em F1 poderá comprometer a convergência da onda de choque em F2.
As figuras seguintes ilustram como a onda de choque em F2 é afetada quando existem desvios em F1. A primeira representação mostra uma elipse padrão. As outras são representações de desvios milimétricos em F1 que afetam significativamente a convergência da onda de choque em F2.











Estes desvios de F1 são geralmente ocasionados pelo mau encaixe do eletrodo ao elipsóide ou ao recondicionamento de eletrodos sem os devidos cuidados em manter suas características geométricas.

Vimos aqui apenas uma parte da tecnologia envolvida nos equipamentos de Litotripsia Extracorpórea que é a matemática dos refletores elipsoidais. Existem outros tipos de refletores, com outras formas geométricas e suas particularidades matemáticas, tais como circulares ou parabólicas. Existem, ainda, grupos de estudos desenvolvendo otimizações na geometria dos refletores para aumentar a eficiência na ruptura dos cálculos e diminuir riscos de efeitos colaterais para os pacientes. Como podemos verificar, são cálculos cada vez mais precisos para tornar os equipamentos de Litotripsia Extracorpórea cada vez mais eficientes.